

УДК 621.9.06:621.822.172

В.Б. Струтинський д-р.техн.наук, проф., Д.Ю. Федориненко канд.техн.наук
НТУ України “Київський політехнічний інститут” м.Київ, Україна

СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІБРАЦІЙНОГО ПОЛЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ ОСІ ШПИНДЕЛЯ НА ГІДРОСТАТИЧНИХ ОПОРАХ

В статье рассмотрены вопросы математического описания и определения статистических характеристик случайного вибрационного поля перемещений шпинделя. На основе моделирования вибрационного поля получены центральные моменты случайной величины перемещений шпинделя в плоскости ортогональной его оси.

The issues of the mathematical description and determination of the statistical specification of the random oscillation field of the spindle movement are considered in the article. On the basis of the oscillation field the central moments of the random dimension of the spindle movement in its orthogonal axis plain are obtained.

Вступ

Високопродуктивні методи обробки і створення нових інструментальних матеріалів обумовлюють підвищення вимог до швидкохідності, навантажувальної здатності, термостійкості і точності шпиндельних вузлів що, в свою чергу, залежить від їх конструктивних особливостей, працездатності опор і способів змащування підшипників. Основним показником, що визначає точність обробки деталей на верстаті, є точність обертання шпинделя, яка здебільшого залежить від точності власних опор.

Одним з перспективних видів опорних вузлів шпинделя для реалізації прецизійної обробки на верстатах є гідростатичні опори (ГСО). Суттєвою конкурентною перевагою ГСО, поряд із забезпеченням високих показників жорсткості та демпфірування, є можливість керування вихідними параметрами точності обертання шпинделя.

Авторами роботи [1] здійснено широкий аналіз застосування ГСО у прецизійних верстатах токарної та шліфувальної груп, запропоновані ефективні підходи щодо підвищення точності обробки шляхом використання регульованих ГСО в напрямках зміни геометрії радіального зазору та керування витратними характеристиками підшипників. В роботі [2] на основі гармонійного аналізу траєкторій переміщень шпинделя запропонований метод визначення точнісних показників обробки, де окремий член тригонометричного полінома пов'язаний з певною геометричною похибкою. Поширеним є науковий підхід до визначення точності шпиндельного вузла по вібраційним параметрам його переміщень (швидкості, прискорень) на основі спектрального аналізу [3]. Проте, в зазначених роботах, як правило, превалює детерміністичний підхід щодо визначення переміщень шпинделя, який не дозволяє визначити фактичне поле розсіяння геометричних параметрів оброблюваних різанням деталей. З метою підвищення адекватності існуючих математичних моделей шпиндельних вузлів доцільним бачиться застосування для аналізу вихідної точності статистичних методів механіки твердих деформованих тіл.

Задачею даної роботи є розробка математичного апарату аналізу переміщень осі шпинделя на основі використання теорії випадкових полів та визначення статистичних характеристик траєкторії його обертання в поперечному перетині.

Результати досліджень

В загальному випадку вібраційне поле переміщень шпинделя $u(x, t)$ представляє собою 4-х вимірне випадкове просторово-часове поле, тобто $u(x, t)$ – є випадковою вектор-функцією часу та координат $x=(x_1, x_2, x_3)$. Для повного опису вібраційного поля необхідно визначити систему спільних розподілень компонент вектора у всіх точках поля. При постановці прикладних задач на основі багатовимірних розподілень виникають ряд ускладнень, пов'язаних, насамперед, з необхідністю оперувати великою кількістю статистичної інформації на вході динамічної коливальної системи шпиндельного вузла верстата, яка апіорі невідома.

З точки зору моделювання випадкових процесів в металорізальних верстатах застосування кореляційної теорії є більш доцільним. В рамках зазначеної теорії вібраційне поле може бути задано відповідними математичними сподіваннями та моментними функціями від значень поля в його точках в різні проміжки часу.

Випадкове вібраційне поле на основі кореляційного наближення повністю визначається математичним сподіванням $\bar{u}(x, t)$ та тензором 2-го рангу моментів двохточкового зв'язку $K_u = \bar{u}(x, t_1) \times \bar{u}(x^*, t_2)$, де $\bar{u}(x, t_1)$, $\bar{u}(x^*, t_2)$ - центровані значення поля в точках x і x^* в моменти часу t_1 , t_2 ; знак "×" позначає тензорний добуток. Позначимо компоненти тензора 2-го рангу K_u в просторі чотирьох вимірів (x_1, x_2, x_3, t) як \bar{u}_{ij} . Тоді тензор кореляційних моментів нестационарного випадкового поля переміщень шпинделя може бути представлений у вигляді

$$K_u = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \bar{u}_1^* & \bar{u}_1 \bar{u}_2^* & \bar{u}_1 \bar{u}_3^* & \bar{u}_1 \bar{u}_4^* \\ \bar{u}_2 \bar{u}_1^* & \bar{u}_2 \bar{u}_2^* & \bar{u}_2 \bar{u}_3^* & \bar{u}_2 \bar{u}_4^* \\ \bar{u}_3 \bar{u}_1^* & \bar{u}_3 \bar{u}_2^* & \bar{u}_3 \bar{u}_3^* & \bar{u}_3 \bar{u}_4^* \\ \bar{u}_4 \bar{u}_1^* & \bar{u}_4 \bar{u}_2^* & \bar{u}_4 \bar{u}_3^* & \bar{u}_4 \bar{u}_4^* \end{bmatrix}$$

де риска над компонентами тензора означає операцію знаходження математичного сподівання за множиною реалізацій добутку компонент.

Нехай в області вібраційного поля $u(x, t)$ побудована система базисних детермінованих координатних вектор-функцій $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$, які визначають його положення у просторі. Тоді для будь-якої реалізації поля $u(x, t)$ має місце канонічний розклад випадкового процесу у вигляді

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^3 U_k(t) \varphi_k(x) \quad (1)$$

де $U_k(t)$ – узагальнені переміщення шпинделя;

$\varphi_k(x)$ – система невинуватих базисних вектор-функцій.

Надалі розглянемо вібраційне поле переміщень шпинделя у вигляді стаціонарного в проміжок часу $t = (-\infty; +\infty)$ випадкового векторного поля. Зазначений підхід дозволяє застосувати для опису випадкового поля переміщень шпинделя методів спектрального аналізу на основі інтегрального перетворення Фур'є.

Канонічний розклад випадкового процесу (1) може бути представлений у вигляді

$$u(x, t) = \bar{u}(x, t) + \sum_{k=1}^3 \varphi_k(x) \int_{-\infty}^{+\infty} U_k(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

Інтегральне перетворення Фур'є [4] для вібраційного поля переміщень $u(x, t)$ буде

$$S_u(x, x^*; \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{u}(x, t) \times \bar{u}(x^*, t + \tau) \cdot e^{-i\omega \tau} d\tau \quad (2)$$

Зворотне перетворення до (2) у відповідності зі співвідношенням Вінера-Хінчіна має вигляд

$$K_u(x, x^*; \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_u(x, x^*; \omega) \cdot e^{i\omega \tau} d\omega$$

Для однозначного опису вібраційного поля в n точках простору потрібно скласти систему з n рівнянь відносно спектральної щільності.

Перспективним підходом до визначення статистичних характеристик деформованого стану твердих тіл є застосування математичного апарату тензорних випадкових полів [5, 6]. Представимо шпиндель у вигляді деформованого ротора в зосереджених параметрах, який обертається у двох підшипниках ковзання. Тоді переміщення в просторі положень зосереджених мас шпинделя в момент часу t будуть повністю характеризовані випадковим вектором $u = (x_1, x_2, x_3)$, проєкції якого на осі декартової системи координат будуть u_x, u_y, u_z .

Статистичні характеристики випадкового тензорного поля будуть визначатися тензором першого рангу математичних середніх m_i та тензором другого рангу кореляційних моментів K_{ij} проєкцій вектора переміщень шпинделя:

$$m_i = \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix}, K_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{u}_x^2 & \bar{u}_x \bar{u}_y & \bar{u}_x \bar{u}_z \\ \bar{u}_y \bar{u}_x & \bar{u}_y^2 & \bar{u}_y \bar{u}_z \\ \bar{u}_z \bar{u}_x & \bar{u}_z \bar{u}_y & \bar{u}_z^2 \end{bmatrix},$$

де компоненти тензорів представляють собою усереднені у часі математичні сподівання центрованих складових проєкцій u_x , u_y , u_z випадкового вектора переміщень u .

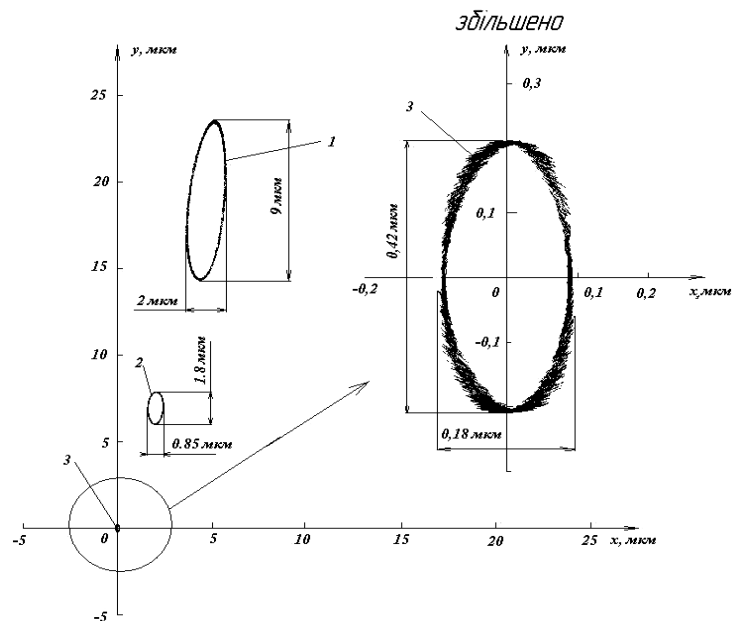
Практично важливе значення для аналітичного дослідження похибки формоутворення має траєкторія руху шпинделя в площині ортогональній до його осі обертання [2, 3]. Розглянемо рух шпинделя скінченної жорсткості, що обертається в підшипниках ковзання, з двома ступенями волі. Таким чином, в площині поперечного перетину переміщення шпинделя будуть визначатися модулем вектора переміщень $|u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$, або в полярній системі координат - $|u| = \rho(\varphi)$, де ρ - радіус-вектор, φ - полярний кут.

На рис. 1. показано вібраційне поле переміщень шпинделя в передній радіальній ГСО верстата УТ16А в деякому усталеному режимі без врахування зміни частот обертання в процесі обробки та нестационарних явищ, пов'язаних з термодинамічними процесами в мастильному прошарку опори. Геометричні розміри опорних поверхонь шпинделя та ГСО прийняті ідеальними. Коливання тиску в напірних магістралях не враховувалися. Зсув вібраційного поля шпинделя з нульового положення під час пуску та зупинки верстата не розглядався.

При навантаженні технологічної оброблюючої системи за синусоїдальним законом з незначною стохастичною складовою, що має місце, наприклад, при чистовому точінні конструктивно неврівноваженої заготовки, вібраційне поле переміщень шпинделя в радіальному ГСО має яскраво виражену еліпсну форму для всіх досліджуваних систем живлення (див. рис. 1.). В збільшеному масштабі на рисунку 2 показана частина реалізації випадкового процесу переміщень в поперечному перетині шпинделя, на якій наявна коливальна стохастична складова.

Аналізуючи графіки на рис. 1. можна зробити висновки, що застосування системи живлення ГСО з регульованими клапанами витрат з

каналом зворотного зв'язку за переміщенням шпинделя дозволяє зменшити розмах коливань (величини осей еліпса) на порядок в порівнянні з дросельною системою живлення та в 3 рази по відношенню до системи насос-карман. Запропоновані рішення, щодо керування витратними характеристиками ГСО в



процесі механічної обробки, дозволили змістити центр вібраційного поля переміщень шпинделя до геометричної осі гідростатичної втулки (крива 3 на рис. 1). Розміри напівосей еліпсів поля залежать від амплітуди гармонійної складової зовнішнього навантаження. Докладно питання розробки та моделювання зазначених систем керування точністю обертання шпинделя на ГСО розглянуто в роботі [1].

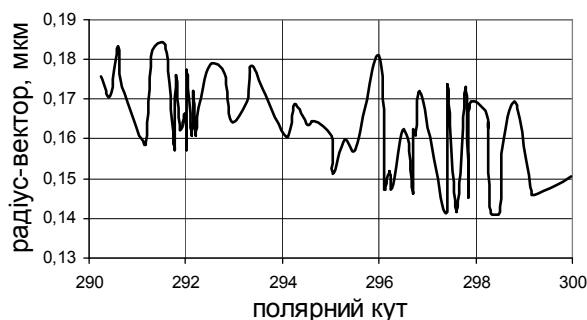


Рис. 2. Фрагмент реалізації випадкового процесу в функції полярного кута

Сукупності реалізацій переміщень центру мас в поперечному перетині шпинделя утворюють випадковий процес (див. рис. 2). Статистичні характеристики випадкової величини ρ в функції кута φ визначено центральними моментами 2-го, 3-го, 4-го порядків.

На рис. 3. (суцільна крива) приведений графік дисперсії (безрозмірна величина), на якому наявний ряд екстремумів функції. З метою аналізу закону формування дисперсії при випадкових коливаннях

шпинделя розроблена математична модель дисперсії в функції полярного кута у вигляді полігармонійного процесу (див. рис. 3., штрихова крива) [7]

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{j=1}^n \left(A_j \cos\left(j \frac{2\pi}{355} x\right) + B_j \sin\left(j \frac{2\pi}{355} x\right) \right)$$

де A_0, A_j, B_j – коефіцієнти розкладу в ряд Фур'є;

j – номер гармоніки ряду.

Шукані коефіцієнти A_j, B_j тригонометричної апроксимації таблично заданої функції за методом найменших квадратів знайдуться як:

$$A_j = \frac{2}{72} \sum_{k=1}^{72} \left(v_{yk} \cos\left(j \frac{2\pi}{72} k\right) \right), \quad B_j = \frac{2}{72} \sum_{k=1}^{72} \left(v_{xk} \sin\left(j \frac{2\pi}{72} k\right) \right), \quad (3)$$

де v_x, v_y – масиви значень, що характеризують таблично задану функцію.

Наявні екстремуми функції на графіку дисперсії обумовлюються, насамперед, змінною жорсткістю в тангенціальному напрямку чотирьохкарманного підшипника. Визначено, що основний вклад у формування дисперсії вносить гармоніка четвертого порядку ($j=4$) полігармонійного процесу, що пояснюється зміною потужності стохастичного коливального процесу при полярному куті, який відповідає геометричному розташуванню карманів для підводу рідини.

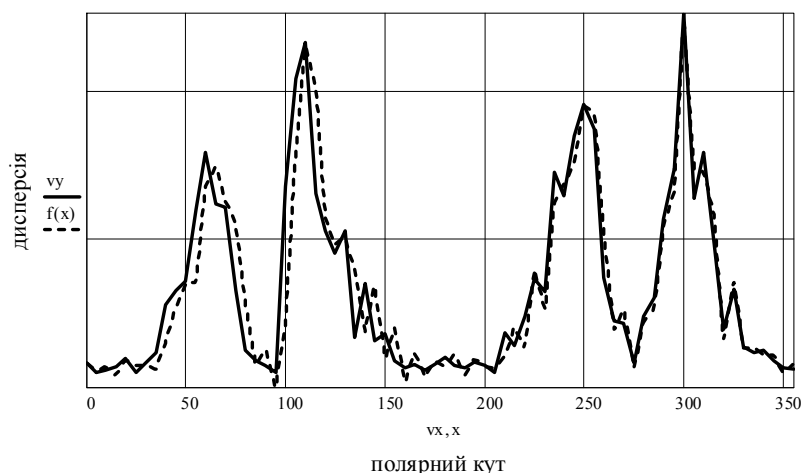


Рис. 3. Дисперсія в функції полярного кута (суцільна крива – лінійна інтерполяція дискретної моделі процесу; штрихова крива – апроксимація дискретної моделі тригонометричним поліномом)

Моменти випадкової величини 3-го та 4-го порядків в нормалізованому вигляді представляють собою числові характеристики асиметрії і ексцесу розподілу відповідно. Так коефіцієнт асиметрії (рис. 4., а) визначає скошеність розподілу випадкової величини відносно її математичного сподівання. В свою чергу, коефіцієнт ексцесу (рис. 4., б) дозволяє визначити крутість розподілу випадкової величини.

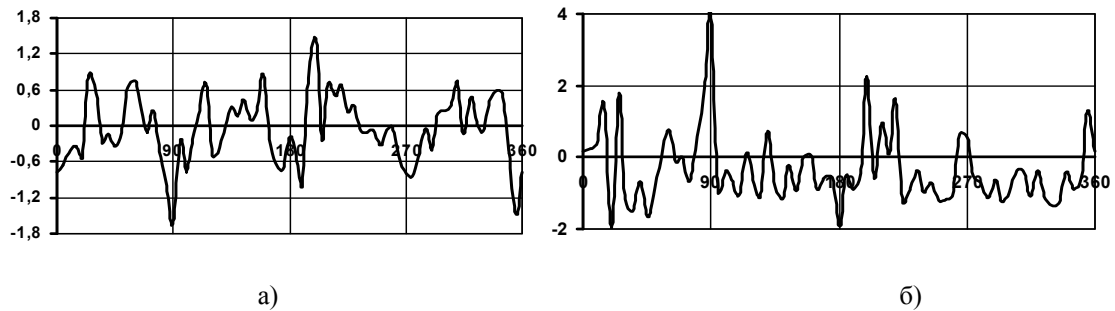


Рис. 4. Коефіцієнти асиметрії а) та ексцесу б) в функції полярного кута

Встановлені закони розподілу випадкової величини переміщень шпинделя для характерних кутів (екстремумів функції) на графіку дисперсії (рис. 3). На рисунку 5 приведені статистичні характеристики ймовірностей розподілу p для полярних кутів $\varphi \approx 297^\circ$, $\varphi \approx 180^\circ$, що відповідають максимуму та мінімуму дисперсії випадкового процесу коливань шпинделя.

Як видно з наведених графіків розподіл випадкової величини (при зменшенні діапазону визначення характерного перетину полярного кута) близький до закону рівної ймовірності, що відповідає характеру стохастичного збудження на вході лінійної коливальної системи «шпиндель - опори».

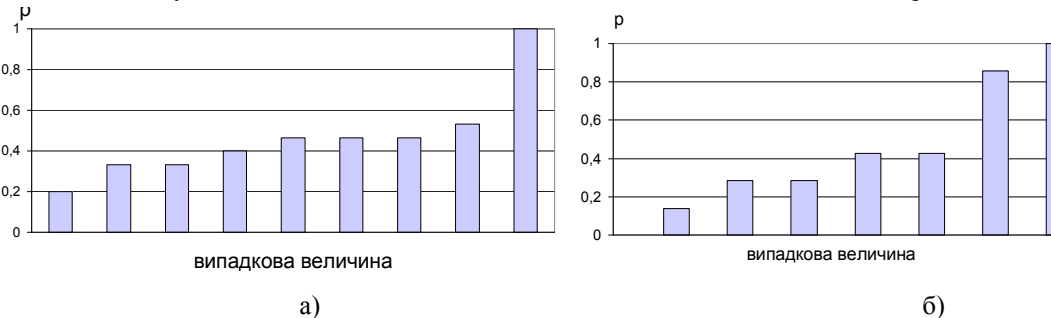


Рис. 5. Ймовірність розподілу випадкової величини переміщень шпинделя для полярних кутів $\varphi \approx 297^\circ$ а) і $\varphi \approx 180^\circ$ б)

Висновки

1. Запропоновані наукові підходи для математичного опису вібраційного поля переміщень шпинделя дозволяють визначити вплив статистичних характеристик розподілу випадкової величини коливань на динамічну точність обертання шпиндельного вузла на ГСО.
2. Застосування систем живлення шпиндельних ГСО з регульованими клапанами витрат рідини з каналом зворотного зв'язку за переміщенням шпинделя дозволяє змістити його вібраційне поле до геометричної осі опори та забезпечити динамічну складову точності обертання в межах 0,5 мкм під навантаженням з боку процесу різання.
3. Перспективним напрямком подальших досліджень бачиться аналітичне та експериментальне визначення випадкового поля переміщень в будь-якому перетині шпинделя з урахуванням його просторової деформації в процесі механічної обробки.

Список літератури

3. Регульовані гідростатичні підшипники для шпиндельних вузлів / Ю.О. Сахно, Д.Ю. Федориненко, С.В. Бойко, В.С. Волик. – Ніжин: ТОВ «Видавництво «Аспект-Поліграф», 2009. – 172 с.
4. Пуш А.В. Шпиндельные и узлы: качество надежность / Пуш А.В. – М.: Машиностроение, 1992. – 288 с.
5. Данильченко Ю. М. Прецизійні шпиндельні вузли на опорах кочення (теорія і практика) / Ю.М. Данильченко, Ю.М. Кузнецов. – Тернопіль – Київ: Економічна думка, 2003. – 344 с.
6. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем / Болотин В.В. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
7. Струтинський В.Б. Тензорні математичні моделі процесів та систем / Струтинський В.Б. - Житомир: ЖДТУ, 2005. - 635 с.
8. Ломакин В.А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел / Ломакин В.А. – М.: Наука, 1970. – 139 с.
9. Струтинський В.Б. Математичне моделювання металорізальних верстатів / Струтинський В.Б., Мельничук П.П. - Житомир: ЖІТІ, 2002. - 572 с.